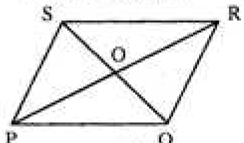
যশোর বোর্ড-২০১৭

সমাধান (সৃজনশীল)

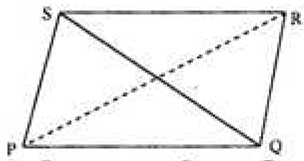
গ-বিভাগ : জ্যামিতি

৭। (ক)



চিত্রে, PQRS সামান্তরিকের PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করে।

(খ)

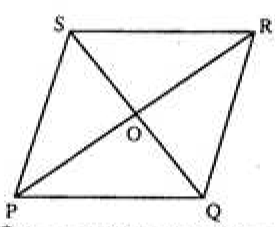


বিশেষ নির্বচন : মনে করি, PQRS একটি সামান্তরিক এবং PR ও QS এর দুইটি কর্ণ। প্রমাণ করতে হবে যে, (i) PQ = RS, PS = QR
(ii) $\angle PQR = \angle PSR$, $\angle QPS = \angle QRS$

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) PQ ‖ RS এবং QS এদের ছেদক	
$\therefore \angle PQS = \angle QSR$	[একান্তর কোণ সমান]
(২) আবার, PS ‖ QR এবং QS এদের ছেদক	
সুতরাং $\angle PSQ = \angle SQR$	[একান্তর কোণ সমান]
(৩) এখন ΔPQS ও ΔQRS এ	
$\angle PQS = \angle QSR$	[ধাপ-১ হতে]
$\angle PSQ = \angle SQR$	[ধাপ-২ হতে]
এবং QS সাধারণ বাহু	
$\therefore \Delta PQS \cong \Delta QRS$	[কোণ-বাহু-কোণ উপপাদ্য]
অতএব, PQ = RS, QR = PS	
এবং $\angle QPS = \angle QRS$	
অনুরূপভাবে প্রমাণ করা যায় যে,	
$\Delta PSR \cong \Delta PQR$	
সুতরাং $\angle PQR = \angle PSR$	
$\therefore \angle PQR = \angle PSR$, $\angle QPS = \angle QRS$	
(প্রমাণিত)	

(গ)

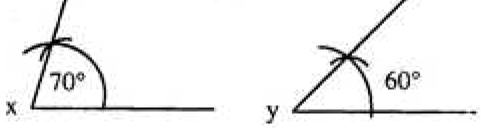


বিশেষ নির্বচন : উদ্দীপকের PQRS সামান্তরিকের চারটি বাহুই পরস্পর সমান হলে তা একটি রম্বস হয় এবং PQRS রম্বসের PR ও QS কর্ণদ্বয় পরস্পরকে O বিন্দুতে ছেদ করে। প্রমাণ করতে হবে যে, PO = OR, QO = OS এবং $\angle POQ = \angle QOR = \angle ROS = \angle SOP = 1$ সমকোণ।

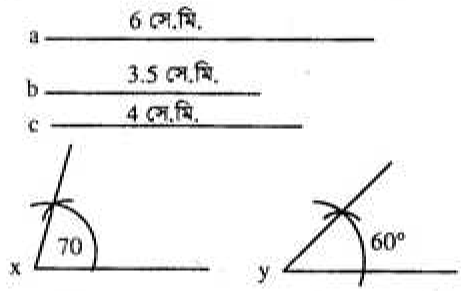
প্রমাণ :

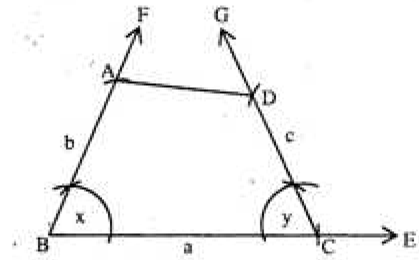
ধাপ	যথার্থতা
(১) রম্বস একটি সামান্তরিক।	
সুতরাং PO = OR, QO = OS	[সামান্তরিকের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমদ্বিখণ্ডিত করে]
(২) ΔPOQ ও ΔQOR এ	
PQ = QR	[রম্বসের বাহুগুলো সমান]
PO = OR	[ধাপ-১ হতে]
এবং OQ = OQ	[সাধারণ বাহু]
অতএব, $\Delta POQ \cong \Delta QOR$	[বাহু-বাহু-বাহু উপপাদ্য]
$\therefore \angle POQ = \angle QOR$	
(৩) $\angle POQ + \angle QOR = 2$ সমকোণ।	
$\therefore \angle POQ = \angle QOR = 1$ সমকোণ	
অনুরূপভাবে, প্রমাণ করা যায় যে,	
$\angle ROS = \angle POS = 1$ সমকোণ	
$\therefore \angle POQ = \angle QOR = \angle ROS$	
$= \angle SOP = 1$ সমকোণ।	
(প্রমাণিত)	

৮। (ক) উদ্দীপকে উল্লেখিত $\angle x$ ও $\angle y$ নিম্নে আঁকা হলো এবং চিহ্নিত করা হলো:



(খ)

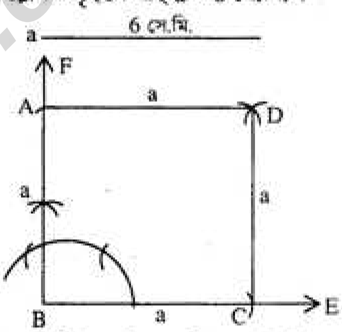




বিশেষ নির্বচন : একটি চতুর্ভুজের তিনটি বাহু যথাক্রমে a = 6 সে.মি., b = 3.5 সে.মি., c = 4 সে.মি. এবং বৃহত্তম বাহু সংলগ্ন দুইটি কোণ $\angle x = 70°$, $\angle y = 60°$ দেওয়া আছে। চতুর্ভুজটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন : (১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে BC = a নিই।
(২) BC রেখার B ও C বিন্দুতে যথাক্রমে $\angle x$ ও $\angle y$ এর সমান করে $\angle CBF$ ও $\angle BCG$ আঁকি।
(৩) BF থেকে BA = b এবং CG থেকে CD = c কাটি।
(৪) A, D যোগ করি।
তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট চতুর্ভুজ।

(গ) উদ্দীপকে উল্লেখিত বৃহত্তম বাহু a = 6 সে.মি.।



বিশেষ নির্বচন : মনে করি, বর্গের একটি বাহুর দৈর্ঘ্য a = 6 সে.মি. দেওয়া আছে। বর্গটি আঁকতে হবে।

অঙ্কন : (১) যেকোনো রশ্মি BE থেকে BC = a নিই।
(২) B বিন্দুতে BF ⊥ BC আঁকি।
(৩) BF থেকে BA = a নিই।
(৪) A ও C বিন্দুদ্বয়কে কেন্দ্র করে a এর সমান ব্যাসার্ধ নিয়ে $\angle ABC$ এর অভ্যন্তরে দুইটি বৃত্তচাপ আঁকি। তারা পরস্পর D বিন্দুতে ছেদ করে।
(৫) A, D ও C, D যোগ করি।
তাহলে, ABCD-ই উদ্দিষ্ট বর্গ।

৯। (ক) দেওয়া আছে, সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি 4 সে.মি.
এবং " " উচ্চতা 5 সে.মি.

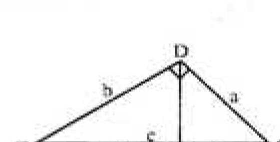
$\therefore$ সমকোণী ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 5\right)$ বর্গ সে.মি.

$= 10$ বর্গ সে.মি.

Ans : 10 বর্গ সে.মি.।

(খ)



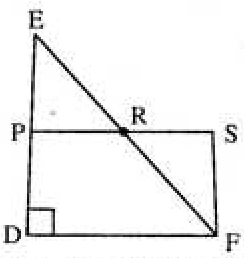
বিশেষ নির্বচন : মনে করি, ΔDEF এর $\angle D = 1$ সমকোণ এবং অতিভুজ EF = c, DE = b, DF = a।
প্রমাণ করতে হবে যে, $EF^2 = DE^2 + DF^2$ অর্থাৎ, $c^2 = b^2 + a^2$.

অঙ্কন : D বিন্দু থেকে অতিভুজ EF এর উপর DH লম্ব অঙ্কন করি। EF অতিভুজ H বিন্দুতে d ও e অংশে বিভক্ত হলো।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔDFH ও ΔDEF এ	
$\angle DHF = \angle EDF$	[প্রত্যেকে সমকোণ]
$\angle DFH = \angle EFD$	[সাধারণ কোণ]
এবং অবশিষ্ট $\angle FDH$ = অবশিষ্ট $\angle DEF$	
∴ ΔDFH ও ΔDEF সদৃশ।	[দুইটি ত্রিভুজ সদৃশকোণী হলে এদের অনুরূপ বাহুগুলো সমানুপাতিক]
∴ $\frac{DF}{EF} = \frac{FH}{DF}$	
বা, $\frac{a}{c} = \frac{e}{a}$	
∴ $a^2 = c \times e$ ....(i)	
(২) অনুরূপভাবে, ΔDEH ও ΔDEF সদৃশ	[উভয় সমকোণী ত্রিভুজ এবং $\angle E$ সাধারণ কোণ]
∴ $\frac{b}{c} = \frac{d}{b}$	
∴ $b^2 = c \times d$ ....(ii)	
(৩) $a^2 + b^2 = c \times e + c \times d$	[(i) ও (ii) যোগ করে]
$= c(e + d)$	
$= c \times c$	[∵ $e + d = c$]
$= c^2$	
∴ $c^2 = b^2 + a^2$	
অর্থাৎ, $EF^2 = DE^2 + DF^2$ (প্রমাণিত)	

(গ)



বিশেষ নির্বচন : ΔDEF এ $\angle D = 1$ সমকোণ এবং P ও R যথাক্রমে DE ও EF এর মধ্যবিন্দু। P, R যোগ করি।

প্রমাণ করতে হবে যে, $PR \parallel DF$ এবং $PR = \frac{1}{2} DF$.

অঙ্কন : PR কে S পর্যন্ত বর্ধিত করি যেন PR = SR হয়। S, F যোগ করি।

প্রমাণ :

ধাপ	যথার্থতা
(১) ΔEPR ও ΔRSF এর মধ্যে	
$ER = FR$	[∵ R, EF এর মধ্যবিন্দু]
$PR = SR$	[অঙ্কন অনুসারে]
$\angle ERP = \angle SRF$	[বিপ্রতীপ কোণ]
∴ $\Delta ERP \cong \Delta SRF$	[বাহু-কোণ-বাহু উপপাদ্য]
∴ $\angle EPR = \angle RSF$ এবং $\angle PER = \angle SFR$	
∴ $EP \parallel SF$ এবং $EP = SF$	
বা, $EP = PD = SF$ এবং $PD \parallel SF$	
∴ PD ও SF পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।	
∴ PDFS একটি আয়ত।	
কারণ $\angle D$ = এক সমকোণ।	
∴ PS ও DF পরস্পর সমান ও সমান্তরাল।	
∴ $PR \parallel DF$	
(২) আবার, $PS = DF$	
বা, $PR + SR = DF$	
বা, $PR + PR = DF$	[∵ PR = SR]
বা, $2PR = DF$	
∴ $PR = \frac{1}{2} DF$	
∴ $PR \parallel DF$ এবং $PR = \frac{1}{2} DF$ (Showed)	

ঘ-বিভাগ : পরিসংখ্যান

১০। (ক) উদ্দীপকের উপাত্তের, সর্বোচ্চ নম্বর = ৮৩ এবং সর্বনিম্ন নম্বর = ৪৫

∴ পরিসর = (৮৩ − ৪৫) + ১
= ৩৮ + ১ = ৩৯

শ্রেণি ব্যবধান = ৫

∴ শ্রেণি সংখ্যা = $\frac{\text{পরিসর}}{\text{শ্রেণি ব্যবধান}} = \frac{৩৯}{৫}$ = ৭.৮ = ৮ (পূর্ণসংখ্যায়)

উত্তর : শ্রেণি সংখ্যা ৮টি।

(খ) উদ্দীপকের উপাত্ত হতে গড় নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপ :

প্রাপ্ত নম্বর	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	ট্যালি চিহ্ন	গণসংখ্যা (f_i)	f_ix_i
৪৫ − ৪৯	৪৭	‖	২	৯৪
৫০ − ৫৪	৫২	‖‖	৩	১৫৬
৫৫ − ৫৯	৫৭	~~‖‖‖‖~~	৫	২৮৫
৬০ − ৬৪	৬২	~~‖‖‖‖~~ ।	৬	৩৭২
৬৫ − ৬৯	৬৭	‖‖‖‖	৪	২৬৮
৭০ − ৭৪	৭২	‖‖‖‖	৪	২৮৮
৭৫ − ৭৯	৭৭	‖‖	৩	২৩১
৮০ − ৮৪	৮২	‖‖	৩	২৪৬
k = ৮			n = ৩০	$\sum f_ix_i$ = ১৯৪০

∴ গড়, $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} f_ix_i = \frac{১}{৩০} \times$ ১৯৪০
= ৬৪.৬৬৬৬৬..............
= ৬৪.৬৭ (প্রায়)

উত্তর : ৬৪.৬৭ (প্রায়)।

(গ) উদ্দীপকের উপাত্তসমূহ মানের ক্রমানুসারে উর্ধ্বক্রমে সাজানো হলো :
৪৫, ৪৮, ৫১, ৫৩, ৫৪, ৫৫, ৫৬, ৫৭, ৫৮, ৫৮, ৬২, ৬৩, ৬৩, ৬৪, ৬৪, ৬৪, ৬৫, ৬৭, ৬৮, ৬৯, ৭০, ৭০, ৭২, ৭৪, ৭৫, ৭৭, ৭৮, ৮০, ৮২, ৮৩।

মধ্যক নির্ণয় : এখানে, সংখ্যাগুলোর মোট সংখ্যা, n = ৩০ [জোড় সংখ্যা]

∴ মধ্যক = $\frac{\frac{৩০}{২} \text{ তম ও } \left(\frac{৩০}{২} + ১\right) \text{ তম পদ দুইটির মানের যোগফল}}{২}$

= $\frac{\text{১৫ তম ও ১৬ তম পদ দুইটির মানের যোগফল}}{২}$

= $\frac{৬৪ + ৬৪}{২} = \frac{১২৮}{২}$ = ৬৪

∴ মধ্যক ৬৪

প্রচুরক নির্ণয় : উপাত্তগুলোর উপস্থাপনায় ৬৪ আছে ৩ বার, ৫৮, ৬৩ ও ৭০ আছে ২ বার এবং বাকি নম্বরগুলো ১ বার করে আছে। এখানে, ৬৪ আছে সর্বাধিক ৩ বার। সুতরাং উপাত্তগুলোর প্রচুরক ৬৪।

উত্তর : মধ্যক ৬৪ এবং প্রচুরক ৬৪।

১১। (ক) কেন্দ্রীয় প্রবণতার পরিমাপ ৩টি। যথা :
(১) গাণিতিক গড় বা গড়; (২) মধ্যক ও (৩) প্রচুরক।

(খ) উদ্দীপকের সারণি হতে গড় নির্ণয়ের সারণি নিম্নরূপ :

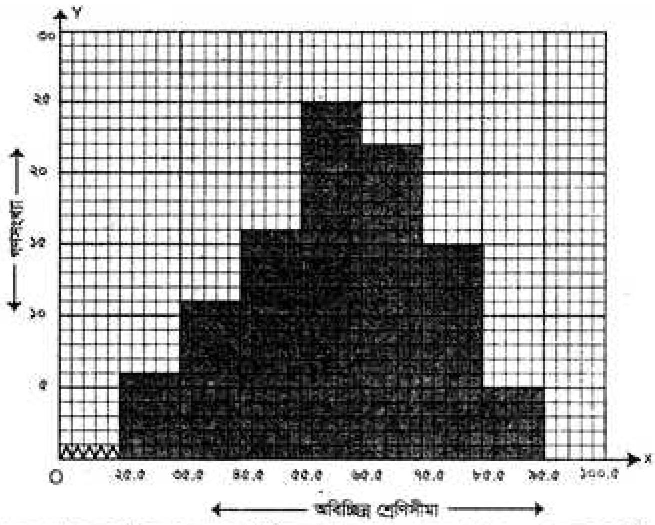
প্রাপ্ত নম্বর	শ্রেণি মধ্যমান (x_i)	গণসংখ্যা (f_i)	f_ix_i
২৬ − ৩৫	৩০.৫	৬	১৮৩
৩৬ − ৪৫	৪০.৫	১১	৪৪৫.৫
৪৬ − ৫৫	৫০.৫	১৬	৮০৮
৫৬ − ৬৫	৬০.৫	২৫	১৫১২.৫
৬৬ − ৭৫	৭০.৫	২২	১৫৫১
৭৬ − ৮৫	৮০.৫	১৫	১২০৭.৫
৮৬ − ৯৫	৯০.৫	৫	৪৫২.৫
k = ৭		n = ১০০	$\sum f_ix_i$ = ৬১৬০

∴ গড়, $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} f_ix_i$
= $\frac{১}{১০০} \times$ ৬১৬০
= ৬১.৬

উত্তর : ৬১.৬

(গ) উদ্দীপকের সারণি হতে আয়তলেখ অঙ্কনের সারণি নিম্নরূপ :

প্রাপ্ত নম্বর	অবিচ্ছিন্ন শ্রেণিসীমা	গণসংখ্যা
২৬ − ৩৫	২৫.৫ − ৩৫.৫	৬
৩৬ − ৪৫	৩৫.৫ − ৪৫.৫	১১
৪৬ − ৫৫	৪৫.৫ − ৫৫.৫	১৬
৫৬ − ৬৫	৫৫.৫ − ৬৫.৫	২৫
৬৬ − ৭৫	৬৫.৫ − ৭৫.৫	২২
৭৬ − ৮৫	৭৫.৫ − ৮৫.৫	১৫
৮৬ − ৯৫	৮৫.৫ − ৯৫.৫	৫



ছক কাগজের ১ ঘর সমান শ্রেণি ব্যবধানের ২ একক ধরে x –অক্ষে শ্রেণি ব্যবধান এবং ছক কাগজের ১ ঘর সমান গণসংখ্যার ১ একক ধরে y-অক্ষে গণসংখ্যা নিবেশন স্থাপন করে গণসংখ্যা নিবেশনের আয়তলেখ আঁকা হলো। x-অক্ষের মূলবিন্দু ০ থেকে ২৫.৫ ঘর পর্যন্ত ভাঙা চিহ্ন দিয়ে আগের ঘরগুলো বিদ্যমান বোঝানো হয়েছে।

যশোর বোর্ড-২০১৭
সমাধান (বহুনির্বাচনি)

১০। (ক)
ব্যাখ্যা : ত্রিভুজের ভূমি ১.৫ মিটার

এবং উচ্চতা ৮০ সে.মি. বা, $\frac{৮০}{১০০} = \frac{8}{৫}$ মিটার

$\therefore$ ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $= \frac{১}{২} \times$ ভূমি $\times$ উচ্চতা

$= \frac{১}{২} \times ১.৫ \times \frac{8}{৫}$ বর্গমিটার

$= \frac{৩}{৫}$ বর্গমিটার = ০.৬ বর্গমিটার

১১। (ঘ)
ব্যাখ্যা : $x = p + \frac{1}{p}, y = p - \frac{1}{p}$

$\therefore (x+y)^2 = (p + \frac{1}{p} + p - \frac{1}{p})^2 = (2p)^2 = 4p^2$

১২। (ক)
ব্যাখ্যা : দেওয়া আছে, $a^4 + \frac{1}{a^4} = 119$

বা, $(a^2)^2 + \left(\frac{1}{a^2}\right)^2 = 119$

বা, $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2.\, a^2 . \frac{1}{a^2} = 119$

বা, $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 - 2 = 119$

বা, $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = 119 + 2$

বা, $\left(a^2 + \frac{1}{a^2}\right)^2 = 121$

বা, $a^2 + \frac{1}{a^2} = \sqrt{121}$

$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = 11$

১৩। (গ)
ব্যাখ্যা : ১ম রাশি $= 2x(x^3 - 1)$

$= 2x(x^3 - 1^3)$

$= 2x(x-1)(x^2 + x.1 + 1^2)$

$= 2x(x-1)(x^2 + x + 1)$

২য় রাশি $= 4x^2(x^2 - 1)$

$= 2 \times 2 \times x \times x \times (x+1)(x-1)$

$\therefore$ নির্ণেয় গ.সা.গু. $= 2x(x-1)$

১৪। (ক)
ব্যাখ্যা : (i) যোগফল $= \left(\frac{a}{b} - 1\right) + \left(1 - \frac{a}{b}\right)$

$= \frac{a}{b} - 1 + 1 - \frac{a}{b}$

$= 0$

(ii) ভাগফল $= \left(\frac{a}{b} - 1\right) \div \left(1 - \frac{a}{b}\right)$

$= \frac{a-b}{b} \div \frac{b-a}{b}$

$= \frac{(a-b)}{b} \times \frac{b}{-(a-b)}$

$= -1$

(iii) গুণফল $= \left(\frac{a}{b} - 1\right) \times \left(1 - \frac{a}{b}\right)$

$= \frac{a-b}{b} \times \frac{b-a}{b}$

$= \frac{-(a-b)(a-b)}{b^2}$

$= -\frac{(a-b)^2}{b^2}$

$\therefore$ (i) ও (ii) উক্তিদ্বয় সঠিক।

১৫। (ক)
ব্যাখ্যা : $\frac{x^2 - 7x + 12}{x^2 - 9x + 20}$

$= \frac{x^2 - 4x - 3x + 12}{x^2 - 5x - 4x + 20}$

$= \frac{x(x-4) - 3(x-4)}{x(x-5) - 4(x-5)}$

$= \frac{(x-4)(x-3)}{(x-5)(x-4)}$

$= \frac{x-3}{x-5}$

১৬। (ক)
ব্যাখ্যা : $\frac{1}{x+y} + \frac{1}{x-y}$

$= \frac{x - y + x + y}{(x+y)(x-y)}$

$= \frac{2x}{x^2 - y^2}$

১৭। (ঘ)
ব্যাখ্যা : $x + 2y = 5$ ....(i)
$2x = 6$ ....(ii)

(ii) নং হতে, $x = \frac{6}{2} = 3$

(i) নং হতে, $3 + 2y = 5$
বা, $2y = 5 - 3 = 2$
$\therefore y = 1$

$\therefore$ সমাধান $(x, y) = (3, 1)$

১৮। (ক)
১৯। (গ)
ব্যাখ্যা : A = {x : x বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা এবং $1 < x < 7$}
1 ও 7 এর মধ্যে বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা হলো : 3, 5
$\therefore A = \{3, 5\}$

২০। (ঘ)
ব্যাখ্যা : '১৯' হতে পাই, $A = \{3, 5\}$
এখন, B = {x : x মৌলিক সংখ্যা এবং $1 < x < 9$}
1 ও 9 এর মধ্যে মৌলিক সংখ্যাগুলো হলো : 2, 3, 5, 7
$\therefore B = \{2, 3, 5, 7\}$
$\therefore A \backslash B = \{3, 5\} \backslash \{2, 3, 5, 7\}$
$= \{\ \}$

২১। (গ)
ব্যাখ্যা : ট্রাপিজিয়ামের ক্ষেত্রফল $= \frac{1}{2} \times$ সমান্তরাল বাহুদ্বয়ের যোগফল $\times$ উহাদের লম্ব দূরত্ব $= \frac{1}{2} \times (a+b) \times h = \frac{1}{2}(a+b)h$

২২। (গ)
ব্যাখ্যা : আমরা জানি, রম্বসের কর্ণদ্বয় পরস্পরকে সমকোণে সমদ্বিখণ্ডিত করে।
অর্থাৎ, $\angle AOB = \angle BOC = \angle COD = \angle AOD = 90°$
$\therefore \angle COD = 90°$

২৩। (গ)
ব্যাখ্যা : $\Delta ABO = \angle CBO = 30°$
$\therefore \angle ABC = 30° + 30° = 60°$
এখন, $\angle ABC + \angle BCD = 180°$
[ছেদকের একই পাশের অন্তঃস্থ কোণদ্বয়ের সমষ্টি 180°]
$\therefore \angle BCD = 180° - 60° = 120°$

২৪। (গ)
ব্যাখ্যা : (i) উক্তিটি সঠিক নয়। কারণ চতুর্ভুজের তিনটি বাহু ও এদের অন্তর্ভুক্ত দুইটি কোণ জানা থাকলে চতুর্ভুজটি অঙ্কন সম্ভব।

২৫। (গ)
২৬। (খ)
ব্যাখ্যা : $10^2 = 6^2 + 8^2$.
শুধুমাত্র, 6, 8, 10 এর ক্ষেত্রে পিথাগোরাসের উপপাদ্য সিদ্ধ হয়।
তাই 6, 8, 10 পরিমাপগুলো দ্বারা সমকোণী ত্রিভুজ আঁকা সম্ভব।

২৭। (ঘ)
ব্যাখ্যা : বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r = 3 সে.মি.
$\therefore$ বৃত্তটির পরিধি $= 2\pi r$ একক
$= 2 \times 3.1416 \times 3$ সে.মি.
$= 18.84$ সে.মি.

২৮। (ঘ)
ব্যাখ্যা : বৃত্তের ব্যাসার্ধ, r = 3 সে.মি.
$\therefore$ বৃত্তটির ক্ষেত্রফল $= \pi r^2$ বর্গ একক
$= 3.1416 \times 3^2$ বর্গ সে.মি.
$= 28.26$ বর্গ সে.মি.

২৯। (ক)
৩০। (খ)
ব্যাখ্যা : সর্বোচ্চ সংখ্যা 96, সর্বনিম্ন সংখ্যা 51
$\therefore$ পরিসর = (সর্বোচ্চ সংখ্যা – সর্বনিম্ন সংখ্যা) + 1
$= (96 - 51) + 1 = 45 + 1 = 46$