

চট্টগ্রাম বোর্ড-২০১৭

উচ্চতর গণিত (তৃত্বীয়)

বিষয় কোড :

১	২	৬
---	---	---

সময় — ২ঘন্টা ৩০ মিনিট

সৃজনশীল প্রশ্ন

পূর্ণমান — ৫০

[বি. দ্র.: প্রত্যেক বিভাগ থেকে ন্যূনতম ১টি করে মোট ৫টি প্রশ্নের উত্তর দিতে হবে।

ক-বিভাগ: বীজগণিত

১. **★** $S = \{(x, y) : x^2 + y^2 + 6x + 8y + 9 = 0\}$ একটি অন্বয় এবং
 $A = \{x : x \in \mathbb{N}, x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x < 7\}$, $B = \{x : x \text{ ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা এবং } \sqrt{x} < 2\}$ দুইটি সেট।

ক. B সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$ । ৪

গ. S অন্বয়ের লেখচিত্র অঙ্কন কর এবং অন্বয়টি ফাংশন কিনা তা লেখচিত্র থেকে নির্ণয় কর। ৪

২. **★** $\frac{1}{3x+2} + \frac{1}{(3x+2)^2} + \frac{1}{(3x+2)^3} + \dots$ একটি অসীম গুণোত্তর ধারা এবং $px^2 + qx + r = 0$ একটি এক চলকবিশিষ্ট দ্বিঘাত সমীকরণ, যেখানে p, q, r বাস্তব সংখ্যা ও $p \neq 0$ ।

ক. $x = 1$ হলে ধারাটি নির্ণয় কর এবং প্রাপ্ত ধারাটির সাধারণ অনপাত নির্ণয় কর। ২

খ. 'x' এর উপর কী শর্ত আরোপ করলে প্রদত্ত ধারাটির অসীমতক সমষ্টি থাকবে এবং সেই সমষ্টি নির্ণয় কর। ৪

গ. a ও b যদি সমীকরণটির দুইটি মূল হয়, তবে প্রমাণ কর যে,

$$a + b = -\frac{q}{p} \text{ এবং } ab = \frac{r}{p} \quad ৪$$

৩. **★** $a = \log_p(qr)$, $b = \log_q(rp)$, $c = \log_r(pq)$ এবং

$$F(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6.$$

ক. $c = 2$ হলে প্রমাণ কর যে, $r = \sqrt{pq}$. ২

খ. $F(x)$ কে $x - u$ এবং $x - v$ দ্বারা ভাগ করলে একই ভাগশেষ থাকে যেখানে, $u \neq v$, তবে দেখাও যে,

$$u^2 + v^2 + uv + 6u + 6v + 11 = 0. \quad 8$$

গ. প্রমাণ কর যে,

$$\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} = 1. \quad 8$$

খ-বিভাগ: জ্যামিতি ও ভেক্টর

৪. ► ABC সূক্ষ্মকোণী ত্রিভুজের শীর্ষত্রয় থেকে বিপরীত বাহুগুলোর উপর লম্বত্রয় AD , BE ও CF পরস্পর O বিন্দুতে ছেদ করেছে।

ক. $AC = 5$ সে. মি., $CD = 3$ সে. মি. হলে AD এর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। ২

খ. প্রমাণ কর যে, $AO \cdot OD = BO \cdot OE = CO \cdot OF$. ৪

গ. দেখাও যে, $BC \cdot CD = AC \cdot CE$. ৪

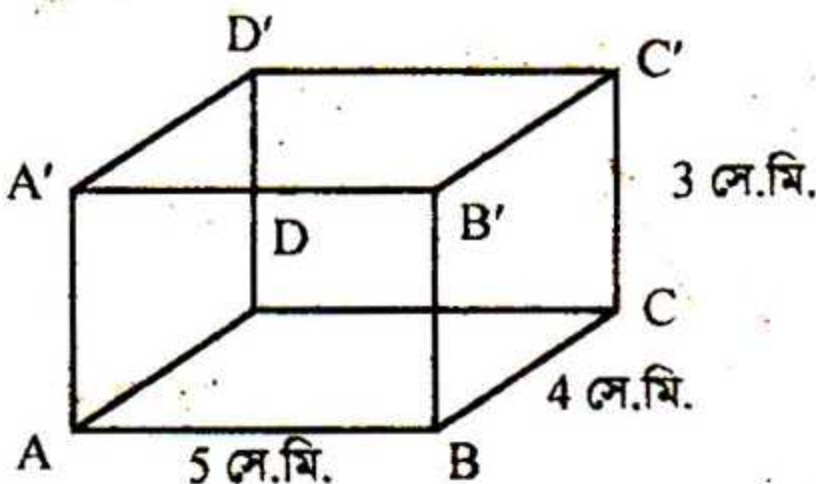
৫. ► $P(8, 3)$, $Q(3, 8)$ এবং $R(-2, 3)$ বিন্দু তিনটি একটি ত্রিভুজের তিনটি শীর্ষবিন্দু। S ও T যথাক্রমে PQ ও PR এর মধ্যবিন্দু।

ক. QR এর ঢাল নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে, PQR সমদ্বিবাহু ত্রিভুজ এবং এর ক্ষেত্রফল ২৫ বর্গ একক। ৪

গ. ভেক্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে, $ST \parallel QR$ এবং $ST = \frac{1}{2} QR$. ৪

৬. ★



- ক. চিত্রের ঘনবস্তুর আয়তন নির্ণয় কর। ২
- খ. তিনটি নিরেট ধাতব গোলকের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে AB, BC ও CC'। গোলক তিনটিকে গলিয়ে একটি নিরেট নতুন গোলকে পরিণত করা হলো। এর ব্যাসার্ধ এবং সমগ্র পৃষ্ঠতলের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর। ৪
- গ. ঘনবস্তুটির ABCD তলটিকে বৃহত্তম বাহুর চতুর্দিকে ঘোরালে যে ঘনবস্তু উৎপন্ন হয় তার সমগ্রতলের ক্ষেত্রফল এবং আয়তন নির্ণয় কর। ৪

গ-বিভাগ: ত্রিকোণমিতি ও সম্ভাবনা

৭. ► $\cot\theta + \operatorname{cosec}\theta = m$.

ক. $\operatorname{cosec}\theta - \cot\theta$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $m = 2$ হলে দেখাও যে,

$$\frac{\sin\theta - \cos\theta + 1}{\sin\theta + \cos\theta - 1} = \frac{1 + \sin\theta}{\cos\theta}$$
 ৪

গ. $m = \sqrt{3}$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর। যেখানে $0 \leq \theta \leq 2\pi$. ৪

৮. ► একটি থলেতে 10টি লাল (R), 5টি কালো (B), 4টি সাদা (W) এবং 6টি হলুদ (Y) মার্বেল আছে। দৈবভাবে একটি মার্বেল নেওয়া হলো।

ক. দৈব পরীক্ষা কী? ২

খ. মার্বেলটি হলুদ অথবা কালো হওয়ার সম্ভাবনা কত? ৪

গ. দেখাও যে, মার্বেলটি লাল অথবা সাদা অথবা কালো হওয়ার সম্ভাবনা হলুদ না হওয়ার সম্ভাবনার সমান। ৪

বিশেষ দ্রষ্টব্য : সরবরাহকৃত বহুনির্বাচনি অভীক্ষার উত্তরপত্রে প্রশ্নের ক্রমিক নম্বরের বিপরীতে প্রদত্ত বর্ণসম্বলিত বৃত্তসমূহ হতে সঠিক/সর্বোৎকৃষ্ট উত্তরের বৃত্তটি বলা পয়েন্ট কলম দ্বারা সম্পূর্ণ ভরাট করে। প্রতিটি প্রশ্নের মান ১।

১. $\sin 3A = \cos 3A$ হলে, A এর মান কত?

- (ক) 15° (খ) 20°
(গ) 30° (ঘ) 40°

২. $c(x+a) < b$ এবং $c > 0$ হলে, কোনটি সঠিক?

- (ক) $x < \frac{b}{c} + a$ (খ) $x > \frac{b}{c} + a$
(গ) $x < \frac{b}{c} - a$ (ঘ) $x > \frac{b}{c} - a$

৩. একটি ছক্কা ও দুইটি মুদ্রা এক সাথে নিক্ষেপ করা হলো। সংঘটিত ঘটনা কয়টি?

- (ক) 24 (খ) 12
(গ) 6 (ঘ) $\frac{1}{12}$

৪. $(1+3x)^5$ এর বিস্তৃতিতে x এর সহগ কত?

- (ক) 1 (খ) 5
(গ) 10 (ঘ) 15

৫. A, B, C এর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে a, b, c এবং C, AB কে $5 : 11$ অনুপাতে অন্তর্বিভক্ত করলে $c = ?$

- (ক) $\frac{5b+11a}{16}$ (খ) $\frac{11b+5a}{16}$
(গ) $\frac{5b-11a}{16}$ (ঘ) $\frac{11b-5a}{16}$

৬. $\frac{x-5}{(x+1)(x-2)} = \frac{A}{x+1} + \frac{B}{x-2}$ যেখানে

- A এবং B মূলদ সংখ্যা। A এর মান কত?
(ক) -3 (খ) -2
(গ) 1 (ঘ) 2

৭. $0.12 + 0.0012 + 0.000012 + \dots$ ধারাটির সমষ্টি কত?

- (ক) $\frac{4}{3}$ (খ) $\frac{4}{33}$
(গ) $\frac{4}{333}$ (ঘ) $\frac{4}{3333}$

৮. $f(x) = 3x + 1, 0 \leq x \leq 2$ হলে, f এর রেঞ্জ কত?

- (ক) $0 \leq y \leq 2$ (খ) $1 \leq y \leq 2$

- (গ) $0 \leq y \leq 7$ (ঘ) $1 \leq y \leq 7$

৯. $(a, 0), (0, b)$ এবং $(1, 1)$ বিন্দুত্রয় সমরেখ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) $a+b = -ab$ (খ) $a+b = ab$
(গ) $a+b = 1$ (ঘ) $a+b = -1$

১০. A সেট —

i. অসান্ত সেট হবে যদি ও কেবল যদি A , এর প্রকৃত উপসেটের সমতুল হয়

ii. এর উপাদান সংখ্যা n হলে $n(P(A)) = 2^n$

iii. নিজেই নিজের একটি উপসেট

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১১. $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, এখানে s বলতে কি বোঝানো হয়েছে?

- (ক) ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল
(খ) বৃত্তের ক্ষেত্রফল
(গ) ত্রিভুজের অর্ধ-পরিসীমা
(ঘ) বৃত্তের অর্ধ-পরিসীমা

১২. $S = \{(1, 4), (2, 1), (3, 0), (4, 1), (5, 4)\}$ হলে—

i. রেঞ্জ $S = \{4, 1, 0\}$

ii. $S^{-1} = \{(4, 1), (1, 2), (0, 3), (1, 4), (4, 5)\}$

iii. S একটি ফাংশন

নিচের কোনটি সঠিক?

- (ক) i ও ii (খ) i ও iii
(গ) ii ও iii (ঘ) i, ii ও iii

১৩. $ax^2 + bx + c = 0$ সমীকরণের মূলদ্বয় বাস্তব, অসমান এবং মূলদ হবে কখন?

- (ক) নিশ্চায়ক ধনাত্মক হলে
(খ) নিশ্চায়ক ঋণাত্মক হলে
(গ) নিশ্চায়ক ধনাত্মক এবং পূর্ণবর্গ হলে
(ঘ) নিশ্চায়ক ঋণাত্মক এবং পূর্ণবর্গ হলে

নিচের তথ্যের আলোকে (১৪ ও ১৫) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

$$F(x) = \sqrt{x-1}$$

১৪. $F(x) = 5$ হলে, x এর মান কত?

- ক $\sqrt{10}$ খ $\sqrt{26}$
 গ 10 ঘ 26

১৫. নিচের কোনটি সঠিক?

- ক ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \neq 1\}$
 খ ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 1\}$
 গ ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x \leq 1\}$
 ঘ ডোম $F = \{x \in \mathbb{R} : x < 1\}$

১৬. $9^{2x} = 3^{x+1}$ হলে, $x =$ কত?

- ক $-\frac{1}{3}$ খ 0
 গ $\frac{1}{3}$ ঘ $\frac{1}{5}$

১৭. $2^\circ =$ কত রেডিয়ান?

- ক $\frac{\pi^c}{45}$ খ $\frac{\pi^c}{90}$
 গ $\frac{\pi^c}{180}$ ঘ $\frac{\pi^c}{360}$

১৮. পিরামিডের আয়তন কত ঘন একক?

- ক $\frac{1}{3} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল \times উচ্চতা
 খ $\frac{1}{2} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল \times উচ্চতা
 গ ভূমির ক্ষেত্রফল \times উচ্চতা
 ঘ $\frac{3}{4} \times$ ভূমির ক্ষেত্রফল \times উচ্চতা

১৯. $\cos\theta = \frac{4}{5}$ এবং θ সূক্ষ্মকোণ হলে, $\operatorname{cosec}\theta$ এর মান কত?

- ক $\frac{3}{5}$ খ $\frac{2}{5}$
 গ $\frac{5}{3}$ ঘ $\frac{5}{2}$

নিচের তথ্যের আলোকে (২০ ও ২১) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:

ΔABC এর $AB = AC = 5$ সে. মি., $AD \perp BC$ এবং $BC = 6$ সে. মি.

২০. ΔABC এর ক্ষেত্রফল কত বর্গ সে. মি.?

- ক 12 খ 13
 গ 14 ঘ 15

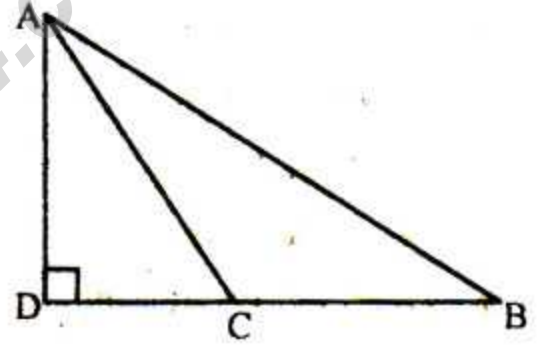
২১. AB ও AD এর মধ্যবর্তী কোণ θ হলে, $\tan\theta = ?$

- ক $\frac{3}{4}$ খ $\frac{2}{3}$
 গ $\frac{1}{2}$ ঘ $\frac{1}{3}$

২২. $7^x = y$ হলে, কোনটি সঠিক?

- ক $x = 7 \log y$ খ $x = \log \frac{y}{7}$
 গ $x = \log_7 y$ ঘ $x = \log_7 y$

নিচের চিত্রের আলোকে (২৩ ও ২৪) নং প্রশ্নের উত্তর দাও:



২৩. DB এর উপর AC এর লম্ব অভিক্ষেপ কোনটি?

- ক AD খ DC
 গ DB ঘ CB

২৪. $\angle B$ সূক্ষ্মকোণ হলে, AC^2 -এর মান কোনটি?

- ক $AB^2 + BC^2 - 2BC \cdot CD$
 খ $AB^2 + BC^2 - 2BC \cdot BD$
 গ $AB^2 + BC^2 + 2AC \cdot CD$
 ঘ $AB^2 + BC^2 + 2AB \cdot AD$

২৫. সমবাহু ত্রিভুজের একটি বহিঃস্থ কোণের মান কত?

- ক 120° খ 180°
 গ 270° ঘ 360°

উত্তর	১	ক	২	গ	৩	ক	৪	ঘ	৫	ক	৬	ঘ	৭	খ	৮	ঘ	৯	খ	১০	ঘ	১১	গ	১২	ঘ	১৩	গ
	১৪	ঘ	১৫	খ	১৬	গ	১৭	খ	১৮	ক	১৯	গ	২০	ক	২১	ক	২২	ঘ	২৩	খ	২৪	খ	২৫	ক		